Propagation d'ondes de Lamb en guide inhomogène

La description de la propagation d'onde dans des guides droits ne pose en général pas de problème: la résolution de l'équation d'onde avec les conditions limites sur les bords du guide montrent l'existence d'une infinité de solutions, appelées les modes du guide. Ces solutions sont caractérisées par un nombre d'onde k_n et une forme transverse $\varphi_n(y)$ (où y désigne la direction transverse du guide). Lorsque k_n est réel, le mode est dit propagatif, lorsque k_n est imaginaire, le mode est dit évanescent.

Les choses se compliquent lorsque le guide n'est plus homogène: il peut s'agir d'inhomogénéité dans la nature du guide, par exemple lorsque, dans la direction du guide, le matériau change de nature, ou d'inhomogénéité de forme, c'est-à-dire lorsque la section du guide n'est pas constante. Une approche en général bien adaptée pour résoudre ces problèmes est l'approche dite modale, pour laquelle on projette la solution sur la base des modes du guide droit. Le problème se ramène alors à la résolution d'un problème d'évolution suivant la direction du guide pour les coefficients de projection.

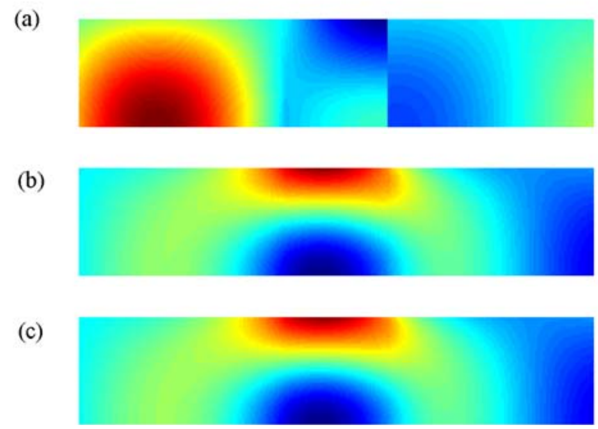

Figure 1: Champs de déplacements horizontaux dans un guide de cuivre de hauteur 2 cm contenant une soudure à l'aluminium. (a) en ne prenant en compte que les modes propagatifs et en ajoutant des modes évansecents (b) 5 modes et (c) 20 modes.

Ce type d'approche a été menée avec succès pour les guides fluidiques, pour lesquels la forme des modes est simple. Le cas de mouvement dans le plan des guides élastiques fait apparaître les modes transverses dits modes de Lamb qui sont plus délicats à manipuler. C'est probablement la raison pour laquelle peu d'études mulitmodales ont été menées dans ce cas et, notamment, il n'y a pas de méthode générale en multimodal proposée à ce jour pour les guides élastiques. Nous avons commencé par nous intéresser au calcul du spectre des modes de Lamb, cette première étape étant déjà "problématique" dans la littérature [Publication *J. Acoust. Soc. Am.* **110**(3): 1307-1314 (2001)]. Nous nous sommes appuyés pour cela sur une méthode spectrale appliquée à l'élasticité.

Nous avons ensuite traité le cas de guides formés d'une succession de milieux différents [Publication *Proc. R. Soc. Lond. A*, **458**: 1913-1930, (2002)]. La méthode proposée s'appuie sur le choix d'un couple d'inconnues (X et Y) qui joue le rôle du couple (pression, vitesse axiale) utilisé dans le cas fluidique ainsi que sur le calcul de la matrice impédance (qui relie X et Y) qui évite la divergence numérique due aux modes évanescents. Cette étude nous a permis de mettre au point un formalisme multimodal *ad-hoc* pour les ondes de Lamb dans un cas d'importance pratique puisqu'il concerne notamment les problèmes de soudures de plaques. Un exemple de champs de déplacement obtenus dans une configuration de soudure est donné en Figure 1 où on voit la convergence de la méthode numérique lorsqu'on augmente le nombre de modes. Dans la continuité de cette étude, nous avons traité le cas de guides à section variable, dont un résultat est illustré en Figure 2. Dans les deux cas étudiés, nous nous sommes attachés à proposer une méthode 1) robuste: elle évite notamment les problèmes liés à la coalescence de modes (les modes de Lamb ne forment alors *a priori* plus une base, ce qui pose un problème pour la décomposition modale), 2) numériquement stable au sens du nombre de modes pris en compte (notamment les modes évanescents): la méthode converge lorsqu'on augmente le nombre de modes et 3) le formalisme sur lequel nous nous appuyons assure, par construction, la conservation de l'énergie, sans artefact, ce qui était le cas des méthodes précédentes.

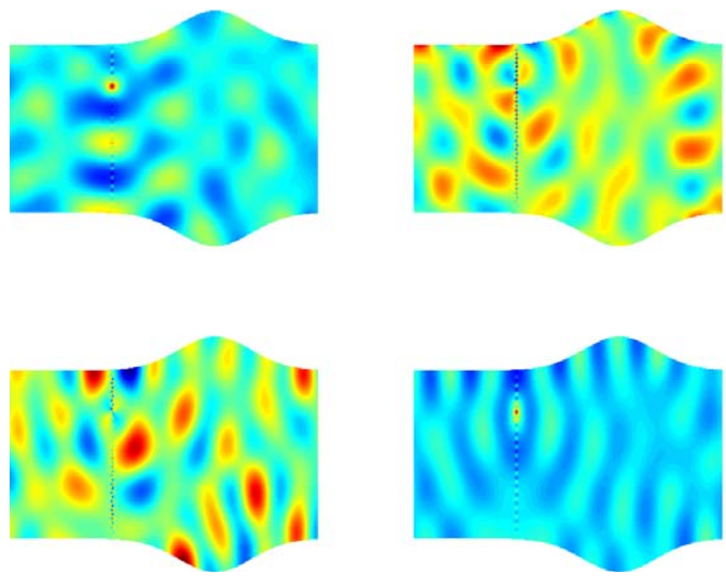

Figure 2: Champs de déplacements horizontaux (suivant la direction de l'axe du guide) du tenseur de Green dans un guide à section variable (les sections droites sont de hauteur h_0) pour G pour un point source situé en $(0, h_0/2)$: de gauche à droite et de haut en bas: G_{11}, G_{12}, G_{21} et G_{22}.

En nous appuyant sur ce formalisme, nous avons étudié en parallèle les propriétés de réciprocité, de conservation de l'énergie et d'invariance par renversement du temps des ondes acoustiques ou élastiques lorsque les modes évanescents sont pris en compte [Publication *J. Acoust. Soc. Am.*, **116**:1913 (2004)].

Publications sur ce sujet:

- V. Pagneux & A. Maurel, Determination of Lamb modes eigenvalues , *J. Acoust. Soc. Am.* **110**(3): 1307-1314 (2001).
- V. Pagneux & A. Maurel, Lamb wave propagation in inhomogeneous elastic waveguide, *Proc. R. Soc. Lond. A*, **458**: 1913-1930, (2002).
- V. Pagneux & A. Maurel, Scattering Matrix properties with evanescent modes for waveguides in fluids and solids, *J. Acoust. Soc. Am.*, **116**:1913 (2004).

- V. Pagneux & A. Maurel, Lamb waves propagation in elastic waveguides with variable thickness, *Proc. R. Soc. Lond. A* **462**(2068): 1315-1339 (2006).
